

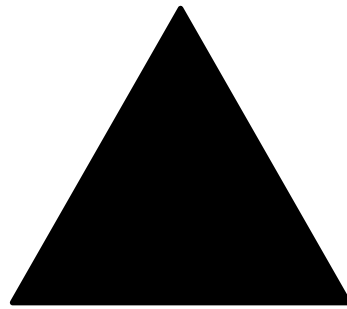
# 当社専属プロ講師作成

## 東海中・滝中・南山中の対策問題を特別掲載！

### 問題 1

この紙を受け取った人は、  
受け取った時点でかかれている黒い三角形の各辺の  
真ん中の点を結んでできる三角形の内側を白くぬり、  
白い三角形の各辺の真ん中の点を結んでできる三角形  
の内側を黒くぬりなさい。

政子 より



政子さんは、上図のように紙に正三角形をかいて内側を黒くぬり、余白に指示を書いて時政くんに渡しました。その後、この紙は時政くんから順番に義時くん、泰時くん、経時くんの順に渡っていき、経時くんが指示通りにすべてぬり終えたときできた図形の黒い部分の面積の合計は  $34 \text{ cm}^2$  になっていました。政子さんが最初にかいた正三角形の面積を求めなさい。なお、政子さんの指示に従わないで紙を次の人に渡した人はいないものとします。

### 問題 2

信長くん、秀吉くん、家康くんの3人が、以下のルールで合計点を競う勝負をしました。

- ① 1人4枚ずつコインを投げて、『表の図柄』が出た枚数をその人の得点とするゲームを行う。
- ② ①のゲームを3回行った合計点で最終的な順位を決定する。

信長くんは2回目のゲームでの得点が0点になってしまい、その時点の合計点による順位が3位だったので、3回目のゲームでは隠し持っていた「両面が『表の図柄』であるコイン」を4枚使い、最終的な順位は1位になりました。また、最終的な順位は2回ゲームを行った時点の合計点による順位を逆に並べたもので、ゲームを3回行った3人の合計点の和は21点でした。

- (1) 誰も同点になることがなかったとすると、信長くんの合計点は何点でしたか。
- (2) さらに、3回中どのゲームでも2人以上が同じ得点を得るゲームはなく、秀吉くんの1回目が2点だったとすると、最終的な順位で2位と3位はそれぞれ誰でしたか。

無断転載・無断複製を禁じます。

家庭教師・学参

HP・SNS(Facebook, google+)もご覧ください。

HP <https://www.aozora.com/>

Facebook <https://www.facebook.com/htgakusan>

google+ <https://plus.google.com/101326667472882165260>

解答 1

政子さんの指示に従った結果、できる図形は必ず「合同な正三角形を積み重ねた形」になる。  
また、黒い正三角形は「黒い正三角形 3 つと白い正三角形 1 つ」、白い正三角形は「黒い正三角形 1 つと白い正三角形 3 つ」にそれぞれ分割されることになるので、それぞれがぬり終えた時点での黒い正三角形と白い正三角形の個数を表にまとめていくと、下のようになる。

|            | 政子 | 時政 | 義時 | 泰時 | 経時  |
|------------|----|----|----|----|-----|
| 黒い正三角形の個数  | 1  | 3  | 10 | 36 | 136 |
| 白い正三角形の個数  | 0  | 1  | 6  | 28 | 120 |
| 合計の正三角形の個数 | 1  | 4  | 16 | 64 | 256 |

よって、経時くんがぬり終えた時点で、全体の 136/256 が黒い部分面積  $34\text{ c m}^2$  になっているので、  
 $136 : 256 = 34\text{ c m}^2 : \square\text{ c m}^2 \rightarrow 64\text{ c m}^2$  が政子さんのかいた正三角形の面積である。

答え 64 c m<sup>2</sup>

※ちなみに時政くんがぬり終えた時点でできている図形は北条家の家紋（三つ鱗）になっています。

解答 2

(1)

信長くんは 3 回目のゲームで必ず 4 点を得ることができる。また、誰も同点になることなく、2 回ゲームを行った時点での順位が A, B, 信長くんの順番だったものが、3 回目の得点を加えた最終的な順位で、信長くん, B, A のように逆に並ぶためには、

「2 回ゲームを行った時点での合計点の差が 1 点ずつ」  
「2 回ゲームを行った時点での 1 位 (A) は、3 回目の得点が 0 点で最終的に 3 位である」※1  
「2 回ゲームを行った時点での 2 位 (B) は、3 回目の得点が 2 点で最終的に 2 位である」※2  
という 3 つの条件を満たさなければいけない。

またこの時、3 回目のゲームを行った後の最終的な合計点も 1 点差になるので、(下表参照)

|                         |      |   |   |   |      |
|-------------------------|------|---|---|---|------|
| 「2 回目終了時点の信長くんの合計点」との点差 | 4    | 3 | 2 | 1 | 0    |
| 2 回目終了時の順位              |      |   | A | B | 信長くん |
| 最終的な順位                  | 信長くん | B | A |   |      |

3 回ゲームをした合計点の和 21 点を、3 人の差が 1 点ずつになるように分けると、  
信長くんの最終的な合計点は  $(21+1+2) \div 3 = 8$  点であるとわかる。

答え 8 点

(2) (1) より、

信長くんは 3 回目に 4 点を得て最終的な合計点が 8 点で、2 回目 0 点だった。つまり、信長くんの各ゲームでの得点は順に、4 点→0 点→4 点であったことがわかる。また、  
最終的な順位が 2 位の人 は 3 回目に 2 点を得て合計点 7 点→「2 回目までの合計点 5 点だった。」※3  
最終的な順位が 3 位の人 は 3 回目に 0 点で合計点 6 点→「2 回目までの合計点が 6 点だった。」※4  
ということがわかるので、問題の条件に注意して各回の得点を表に整理しながら調査していく。

注：欄内 (※) は引用される条件である。

秀吉くんが2位になる場合

| 回数   | 1回目 | 2回目    | 3回目    | 合計点 |
|------|-----|--------|--------|-----|
| 信長くん | 4   | 0      | 4      | 8   |
| 秀吉くん | 2   | 3 (※3) | 2 (※2) | 7   |
| 家康くん |     |        | 0 (※1) | 6   |

この時、家康くんの1回目と2回目の合計点が6点であるためには、  
(2点→4点)(3点→3点)(4点→2点)の3パターンが存在するが、いずれも『3回中どのゲームでも2人以上が同じ得点を得るゲームはなく』に反しているため、不適当である。

秀吉くんが3位になる場合

| 回数   | 1回目 | 2回目    | 3回目    | 合計点 |
|------|-----|--------|--------|-----|
| 信長くん | 4   | 0      | 4      | 8   |
| 秀吉くん | 2   | 4 (※4) | 0 (※1) | 6   |
| 家康くん |     |        | 2 (※2) | 7   |

この時、家康くんの1回目と2回目の合計点が5点であるためには、  
(1点→4点)(2点→3点)(3点→2点)(4点→1点)の4パターンが存在するが、(3点→2点)以外のパターンは『3回中どのゲームでも2人以上が同じ得点を得るゲームはなく』に反しているため、不適当である。  
以上より、各回の得点と合計点をまとめた表は下のようになるので、2位：家康くん、3位：秀吉くんであったと推理できる。

| 回数   | 1回目 | 2回目 | 3回目 | 合計点 |
|------|-----|-----|-----|-----|
| 信長くん | 4   | 0   | 4   | 8   |
| 秀吉くん | 2   | 4   | 0   | 6   |
| 家康くん | 3   | 2   | 2   | 7   |

**答え 2位：家康くん、3位：秀吉くん**

※ちなみに、このネタ元は織田信長が実際に戦勝祈願の際に「表が出たら天運はわが軍に、裏が出たら敵軍に味方するであろう」とか言いながら、両面が『表の図柄』である硬貨を投げて自軍の戦意高揚させていた、という逸話です。